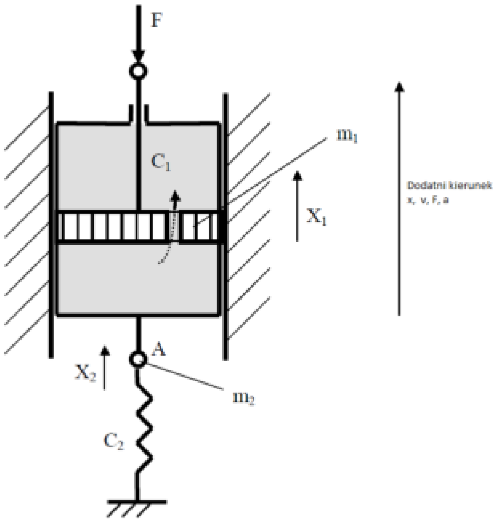
Rozwiązania dwóch zadań modelow.pdf

Zad 1

Ułożyć równanie ruchu tłoka względem obudowy pod wpływem działania siły *F*, uwzględniając wpływ siły bezwładności związanej z masą części ruchomych.



A - Powierzchnia membrany
k - wsp. sztywności sprężyny
R - wsp. tarcia lepkiego
m - masa układu ruchomego

Odpowiedz: Zad 1.

Siły bezwładności działające na masy m_1 oraz m_2 oznaczono F_{B1} F_{B2}, Siłę oddziaływania pomiędzy masami przez układ hydrauliczny przez uzależniono od względnej prędkości poruszania sie mas v_2-v_1. i oznaczono przez F_{R1}, F_{R2}, Siła od sprężyny działająca na masę m_2 jest funkcją położenia x_2 i oznaczono ją przez F_s. Stąd można ułożyć układ równań.

$$\begin{cases} F_{B1} = -m_1 \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} \\ F_{B2} = -m_2 \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} \\ F_{R1} = (v_2 - v_1)C_1 \\ F_{R2} = (v_1 - v_2)C_1 \\ Fs = -x_2 C_2 \\ F = F_{B1} + F_{R1} = 0 \\ F_{B2} + F_{R2} + F_S = 0 \\ v_1 = \dfrac{dx_1}{dt} \\ v_2 = \dfrac{dx_2}{dt} \end{cases}$$

Po podstawieniach mamy dwa równania

$$\begin{cases} F - m_1 \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} + (\dfrac{dx_2}{dt} - \dfrac{dx_1}{dt})C_1 = 0 \\ -m_2 \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} + (\dfrac{dx_1}{dt} - \dfrac{dx_2}{dt})C_1 - x_2 C_2 = 0 \end{cases}$$

Po przekształceniach

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} = \left(\dfrac{dx_2}{dt} - \dfrac{dx_1}{dt}\right)\dfrac{C_1}{m_1} + \dfrac{F}{m_1} \\ \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} = \left(\dfrac{dx_1}{dt} - \dfrac{dx_2}{dt}\right)\dfrac{C_1}{m_2} - x_2\dfrac{C_2}{m_2} \end{cases}$$

Po dodaniu dwóch zmiennych stanu $x_3(t)$, $x_4(t)$ mamy:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3; \quad \ddot{x}_1 = \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 = x_4; \quad \ddot{x}_2 = \dot{x}_4 \\ \dot{x}_3 = (x_4 - x_3)\dfrac{C_1}{m_1} + \dfrac{F}{m_1} \\ \dot{x}_4 = (x_3 - x_4)\dfrac{C_1}{m_2} - x_2\dfrac{C_2}{m_2} \end{cases}$$

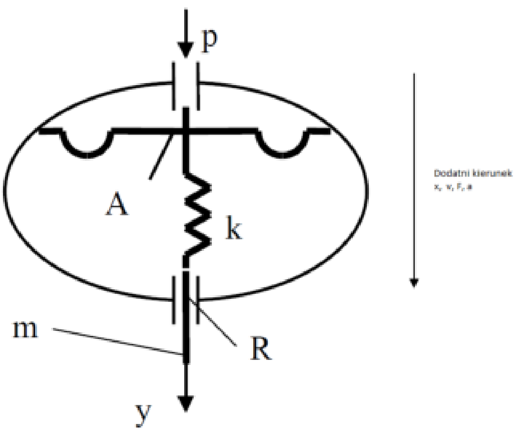
Równania można zapisać macierzowo:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}F$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\dfrac{C_1}{m_1} & \dfrac{C_1}{m_1} \\ 0 & -\dfrac{C_2}{m_2} & \dfrac{C_1}{m_1} & -\dfrac{C_1}{m_1} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Zad 2

Wyznaczyć równanie ruchu dla membranowego siłownika pneumatycznego, uwzględniając, masę układu ruchomego i tarcie. Wymuszeniem jest ciśnienie *p* działające na membranę, wielkością wyjściową przesuniecie trzpienia *y*.



C1 - wsp. tłumienia hydraulicznego
C2 - wsp. sprężystości sprężyny
m1 - mas tłoka
m2 - masa sprężyny z cylindrem (punkt A)

Odpowiedz: Zad 2.

Siłę bezwładności działające na F_B, Siła od sprężyny działająca na masę jest funkcją położenia x_2 i oznaczono ją przez F_s., natomiast siłą tarcia jest funkcją prędkości *v*. Stąd można ułożyć układ równań.

$$\begin{cases} F = pA \\ F_B = -m\dfrac{d^2 y}{dt^2} \\ F_T = -Rv \\ Fs = -ky \\ F + F_B + F_T + F_s = 0 \end{cases}$$

Po podstawieniach mamy równanie

$$pA - m\frac{d^2 y}{dt^2} - Rv - ky = 0$$

Po przekształceniach otrzymano

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{R}{m}\frac{dy}{dt} - \frac{k}{m}y + \frac{pA}{m}$$

Po dodaniu zmiennej stanu $y_2(t)=dy/dt$ oraz oznaczeniu y przez y_1,

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2; \quad \ddot{y}_1 = \dot{y}_2 \\ \dot{y}_2 = -\dfrac{R}{m}y_2 - \dfrac{k}{m}y_1 + \dfrac{pA}{m} \end{cases}$$

Równania stanu można zapisać macierzowo:

$$\dot{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{y}(t) + \boldsymbol{B}p$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{R}{m} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{A}{m} \end{bmatrix}$$